

Représentation des nombres à virgule

1ère NSI

1 Représentation d'un nombre à virgule

- Nombres dyadiques
- On décale la virgule...
- Du décimal au binaire

- En base 10, on distingue deux types de nombres à virgule :

- En base 10, on distingue deux types de nombres à virgule :
 - ceux qui ont un nombre **fini** de chiffres après la virgule, comme 1,618 ; on les appelle **nombres décimaux**

- En base 10, on distingue deux types de nombres à virgule :
 - ceux qui ont un nombre **fini** de chiffres après la virgule, comme 1,618 ; on les appelle **nombres décimaux**
 - ceux qui ont un nombre **infini** de chiffres après la virgule ; parmi eux, on trouve :
 - des **nombres rationnels** : comme $\frac{1}{3} = 0,333\dots$
 - des **nombres irrationnels** : comme $\sqrt{2} = 1,414213\dots$ ou $\pi = 3,14159265\dots$

- En base 10, on distingue deux types de nombres à virgule :
 - ceux qui ont un nombre **fini** de chiffres après la virgule, comme 1,618 ; on les appelle **nombres décimaux**
 - ceux qui ont un nombre **infini** de chiffres après la virgule ; parmi eux, on trouve :
 - des **nombres rationnels** : comme $\frac{1}{3} = 0,333\dots$
 - des **nombres irrationnels** : comme $\sqrt{2} = 1,414213\dots$ ou $\pi = 3,14159265\dots$
- En base 2, on appelle **nombres dyadiques** les nombres possédant un nombre fini de chiffres après la virgule, comme 10,001.

- En base 10, on distingue deux types de nombres à virgule :
 - ceux qui ont un nombre **fini** de chiffres après la virgule, comme 1,618 ; on les appelle **nombres décimaux**
 - ceux qui ont un nombre **infini** de chiffres après la virgule ; parmi eux, on trouve :
 - des **nombres rationnels** : comme $\frac{1}{3} = 0,333\dots$
 - des **nombres irrationnels** : comme $\sqrt{2} = 1,414213\dots$ ou $\pi = 3,14159265\dots$
- En base 2, on appelle **nombres dyadiques** les nombres possédant un nombre fini de chiffres après la virgule, comme 10,001.
- Que représentent de tels nombres ?

On décale la virgule...

- En numération décimale, diviser par 10^n revient à décaler la virgule de n rangs vers la gauche ; un nombre à virgule est donc le résultat d'un nombre entier divisé par une puissance de 10 :

$$123,45 = 12\,345/10^2$$

$$7\,392,136 = 7\,392\,136/10^3$$

On décale la virgule...

- En numération décimale, diviser par 10^n revient à décaler la virgule de n rangs vers la gauche ; un nombre à virgule est donc le résultat d'un nombre entier divisé par une puissance de 10 :

$$123,45 = 12\,345/10^2$$

$$7\,392,136 = 7\,392\,136/10^3$$

- En binaire, diviser par 2^n revient à décaler la virgule de n rangs vers la gauche ; un nombre à virgule est un nombre entier divisé par une **puissance de 2** :

$$(101,01)_2 = (1\,0101)_2/2^2$$

$$(1001,1010)_2 = (1001\,1010)_2/2^4$$

On décale la virgule...

- En numération décimale, diviser par 10^n revient à décaler la virgule de n rangs vers la gauche ; un nombre à virgule est donc le résultat d'un nombre entier divisé par une puissance de 10 :

$$123,45 = 12\,345/10^2$$

$$7\,392,136 = 7\,392\,136/10^3$$

- En binaire, diviser par 2^n revient à décaler la virgule de n rangs vers la gauche ; un nombre à virgule est un nombre entier divisé par une **puissance de 2** :

$$(101,01)_2 = (1\,0101)_2/2^2 = 21/4 = \boxed{5,25}$$

$$(1001,1010)_2 = (1001\,1010)_2/2^4 = 154/16 = \boxed{9,625}$$

On décale la virgule...

- En numération décimale, diviser par 10^n revient à décaler la virgule de n rangs vers la gauche ; un nombre à virgule est donc le résultat d'un nombre entier divisé par une puissance de 10 :

$$123,45 = 12\,345/10^2$$

$$7\,392,136 = 7\,392\,136/10^3$$

- En binaire, diviser par 2^n revient à décaler la virgule de n rangs vers la gauche ; un nombre à virgule est un nombre entier divisé par une **puissance de 2** :

$$(101,01)_2 = (1\,0101)_2/2^2 = 21/4 = \boxed{5,25}$$

$$(1001,1010)_2 = (1001\,1010)_2/2^4 = 154/16 = \boxed{9,625}$$

- Chaque bit après la virgule représente l'**inverse d'une puissance de 2**

On décale la virgule...

- En numération décimale, diviser par 10^n revient à décaler la virgule de n rangs vers la gauche ; un nombre à virgule est donc le résultat d'un nombre entier divisé par une puissance de 10 :

$$123,45 = 12\,345/10^2$$

$$7\,392,136 = 7\,392\,136/10^3$$

- En binaire, diviser par 2^n revient à décaler la virgule de n rangs vers la gauche ; un nombre à virgule est un nombre entier divisé par une **puissance de 2** :

$$(101,01)_2 = (1\,0101)_2/2^2 = 21/4 = \boxed{5,25}$$

$$(1001,1010)_2 = (1001\,1010)_2/2^4 = 154/16 = \boxed{9,625}$$

- Chaque bit après la virgule représente l'**inverse d'une puissance de 2**

 Exercices 1,2

Pour convertir un nombre à virgule de la base 10 à la base 2, on utilise l'algorithme suivant :

Algorithme

Pour convertir un nombre à virgule de la base 10 à la base 2, on utilise l'algorithme suivant :

Algorithme

- Séparer la **partie entière** et la **partie décimale** du nombre considéré

Pour convertir un nombre à virgule de la base 10 à la base 2, on utilise l'algorithme suivant :

Algorithme

- Séparer la **partie entière** et la **partie décimale** du nombre considéré
- Convertir la partie entière en binaire

Pour convertir un nombre à virgule de la base 10 à la base 2, on utilise l'algorithme suivant :

Algorithme

- Séparer la **partie entière** et la **partie décimale** du nombre considéré
- Convertir la partie entière en binaire
- Pour la partie décimale :
 - Multiplier la partie décimale par 2
 - Si le résultat est inférieur à 1, écrire un 0, puis recommencer
 - Si le résultat est supérieur à 1, écrire un 1, soustraire 1 à la partie décimale, puis recommencer
 - Si le résultat est égal à 1, écrire un 1, puis arrêter

Du décimal au binaire

- Exemple : 12,25

Du décimal au binaire

- Exemple : 12,25
 - Partie entière : $12 = (1100)_2$

- Exemple : 12,25
 - Partie entière : $12 = (1100)_2$
 - Partie décimale : 0,25

- Exemple : 12,25
 - Partie entière : $12 = (1100)_2$
 - Partie décimale : 0,25
 - $0,25 \times 2 \rightarrow 0,5 < 1 : \mathbf{0}$

- Exemple : 12,25
 - Partie entière : $12 = (1100)_2$
 - Partie décimale : 0,25
 - $0,25 \times 2 \rightarrow 0,5 < 1 : 0$
 - $0,5 \times 2 \rightarrow 1 : 01$

- Exemple : 12,25
 - Partie entière : $12 = (1100)_2$
 - Partie décimale : 0,25
 - $0,25 \times 2 \rightarrow 0,5 < 1 : 0$
 - $0,5 \times 2 \rightarrow 1 : 01$
 - $12,25 = (1100,01)_2$

- Exemple : 12,25
 - Partie entière : $12 = (1100)_2$
 - Partie décimale : 0,25
 - $0,25 \times 2 \rightarrow 0,5 < 1 : 0$
 - $0,5 \times 2 \rightarrow 1 : 01$
 - $12,25 = (1100,01)_2$

- Exemple : 37,5625

- Exemple : 12,25
 - Partie entière : $12 = (1100)_2$
 - Partie décimale : 0,25
 - $0,25 \times 2 \rightarrow 0,5 < 1 : 0$
 - $0,5 \times 2 \rightarrow 1 : 01$
 - $12,25 = (1100,01)_2$

- Exemple : 37,5625
 - Partie entière : $37 = (10\ 0101)_2$

- Exemple : 12,25
 - Partie entière : $12 = (1100)_2$
 - Partie décimale : 0,25
 - $0,25 \times 2 \rightarrow 0,5 < 1 : 0$
 - $0,5 \times 2 \rightarrow 1 : 01$
 - $12,25 = (1100,01)_2$

- Exemple : 37,5625
 - Partie entière : $37 = (10\ 0101)_2$
 - Partie décimale : 0,5625

- Exemple : 12,25
 - Partie entière : $12 = (1100)_2$
 - Partie décimale : 0,25
 - $0,25 \times 2 \rightarrow 0,5 < 1 : 0$
 - $0,5 \times 2 \rightarrow 1 : 01$
 - $12,25 = (1100,01)_2$

- Exemple : 37,5625
 - Partie entière : $37 = (10\ 0101)_2$
 - Partie décimale : 0,5625
 - $0,5625 \times 2 \rightarrow 1,125 > 1 : 1$
 - On soustrait 1 : $1,125 \rightarrow 0,125$

- Exemple : 12,25
 - Partie entière : $12 = (1100)_2$
 - Partie décimale : 0,25
 - $0,25 \times 2 \rightarrow 0,5 < 1 : 0$
 - $0,5 \times 2 \rightarrow 1 : 01$
 - $12,25 = (1100,01)_2$

- Exemple : 37,5625
 - Partie entière : $37 = (10\ 0101)_2$
 - Partie décimale : 0,5625
 - $0,5625 \times 2 \rightarrow 1,125 > 1 : 1$
 - On soustrait 1 : $1,125 \rightarrow 0,125$
 - $0,125 \times 2 \rightarrow 0,25 < 1 : 10$

- Exemple : 12,25
 - Partie entière : $12 = (1100)_2$
 - Partie décimale : 0,25
 - $0,25 \times 2 \rightarrow 0,5 < 1 : 0$
 - $0,5 \times 2 \rightarrow 1 : 01$
 - $12,25 = (1100,01)_2$

- Exemple : 37,5625
 - Partie entière : $37 = (10\ 0101)_2$
 - Partie décimale : 0,5625
 - $0,5625 \times 2 \rightarrow 1,125 > 1 : 1$
 - On soustrait 1 : $1,125 \rightarrow 0,125$
 - $0,125 \times 2 \rightarrow 0,25 < 1 : 10$
 - $0,25 \times 2 \rightarrow 0,5 < 1 : 100$

- Exemple : 12,25

- Partie entière : $12 = (1100)_2$
- Partie décimale : 0,25
 - $0,25 \times 2 \rightarrow 0,5 < 1 : 0$
 - $0,5 \times 2 \rightarrow 1 : 01$
- $12,25 = (1100,01)_2$

- Exemple : 37,5625

- Partie entière : $37 = (10\ 0101)_2$
- Partie décimale : 0,5625
 - $0,5625 \times 2 \rightarrow 1,125 > 1 : 1$
 - On soustrait 1 : $1,125 \rightarrow 0,125$
 - $0,125 \times 2 \rightarrow 0,25 < 1 : 10$
 - $0,25 \times 2 \rightarrow 0,5 < 1 : 100$
 - $0,5 \times 2 \rightarrow 1 : 1001$

- Exemple : 12,25
 - Partie entière : $12 = (1100)_2$
 - Partie décimale : 0,25
 - $0,25 \times 2 \rightarrow 0,5 < 1 : 0$
 - $0,5 \times 2 \rightarrow 1 : 01$
 - $12,25 = (1100,01)_2$

- Exemple : 37,5625
 - Partie entière : $37 = (10\ 0101)_2$
 - Partie décimale : 0,5625
 - $0,5625 \times 2 \rightarrow 1,125 > 1 : 1$
 - On soustrait 1 : $1,125 \rightarrow 0,125$
 - $0,125 \times 2 \rightarrow 0,25 < 1 : 10$
 - $0,25 \times 2 \rightarrow 0,5 < 1 : 100$
 - $0,5 \times 2 \rightarrow 1 : 1001$
 - $37,5625 = (10\ 0101,1001)_2$

- Exemple : 12,25

- Partie entière : $12 = (1100)_2$
- Partie décimale : 0,25
 - $0,25 \times 2 \rightarrow 0,5 < 1 : 0$
 - $0,5 \times 2 \rightarrow 1 : 01$
- $12,25 = (1100,01)_2$

- Exemple : 37,5625

- Partie entière : $37 = (10\ 0101)_2$
- Partie décimale : 0,5625
 - $0,5625 \times 2 \rightarrow 1,125 > 1 : 1$
 - On soustrait 1 : $1,125 \rightarrow 0,125$
 - $0,125 \times 2 \rightarrow 0,25 < 1 : 10$
 - $0,25 \times 2 \rightarrow 0,5 < 1 : 100$
 - $0,5 \times 2 \rightarrow 1 : 1001$
- $37,5625 = (10\ 0101,1001)_2$

 Exercices 3,4